# Spécial Bac

# Tle

Nouveau BAC

121 fiches pour réussir !

# Compil

**MATHS**
Spé + Expertes

**PHYSIQUE-CHIMIE**
Spé

- Cours ultra-visuels
- Exercices commentés
- Schémas-bilans
- Quiz de mémorisation active
- Préparation au Grand Oral

MAGNARD

# Sommaire

# MATHS

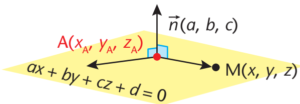
# Équations cartésiennes de plans

FICHE 7

## I Forme générale de l'équation cartésienne d'un plan

On se place dans un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace.

- **Théorème :** tout plan $\mathcal{P}$ dont un vecteur normal a pour coordonnées $(a ; b ; c)$ a une équation cartésienne de la forme




$ax + by + cz + d = 0$.

En effet, soit $A(x_A , y_A , z_A)$ un point de $\mathcal{P}$ : $M \in \mathcal{P} \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0$

De plus

$\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = (x - x_A)a + (y - y_A)b + (z - z_A)c = ax + by + cz + d = 0$

avec $d = -ax_A - by_A - cz_A$ car les coordonnées de $\overrightarrow{AM}$ sont $\begin{pmatrix} x - x_A \\ y - y_A \\ z = z_A \end{pmatrix}$.

- Réciproquement si $a$, $b$, $c$ sont trois nombres tels que $(a, b, c) \neq (0, 0, 0)$ toute équation de la forme $ax + by + cz + d = 0$ est celle d'un plan dont $\vec{n}(a ; b ; c)$ est un vecteur normal.

- Un plan a une infinité d'équations cartésiennes. Si $ax + by + cz + d = 0$ est l'une d'elles, alors $k(ax + by + cz + d) = 0$ en est une autre pour tout réel $k \neq 0$.

- Deux plans d'équations respectives $ax + by + cz + d = 0$ et $a'x + b'y + c'z + d' = 0$ sont perpendiculaires si, et seulement si, leurs vecteurs normaux le sont, c'est-à-dire si, et seulement si, $aa' + bb' + cc' = 0$.

Un vecteur normal à un plan est un vecteur orthogonal à deux vecteurs **non colinéaires** de ce plan.

**Pour aller plus loin :** René Descartes a fondé la géométrie repérée. On parle de repères cartésiens en son honneur.

# II Applications

## 1. Systèmes d'équations

• Tout système de trois **équations à trois inconnues** $x$, y, z de la forme $\begin{cases} ax + by + cz + d = 0 \\ ax' + b'y + c'z + d' = 0 \\ a''x + b''y + c''z + d'' = 0 \end{cases}$ peut s'interpréter comme l'intersection de trois plans (→ *voir fiche 2*).

## 2. Droite définie par l'intersection de deux plans

• Une droite peut être définie par un de ses points et un vecteur directeur, mais aussi par l'intersection de deux plans. Comment alors **déterminer ses équations paramétriques** ? L'exemple suivant donne la méthode à suivre.

• **Énoncé :** soit $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$ les plans d'équations respectives $x + y + z - 2 = 0$ et $x + 2y - z + 1 = 0$.

**1.** Montrer que ces deux plans sont sécants selon une droite $\mathcal{D}$.

**2.** Déterminer des équations paramétriques de $\mathcal{D}$ et en déduire un vecteur directeur (→ *voir fiche 3*).

• **Réponses :**

**1.** Des vecteurs $\vec{n}$ et $\vec{n'}$ normaux respectivement à $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$ ont pour coordonnées respectives (1 ; 1 ; 1) et (1 ; 2 ; – 1).

Comme leurs coordonnées ne sont pas proportionnelles, ils ne sont pas colinéaires, donc $\mathcal{P}$ et $\mathcal{P}'$ ne sont pas parallèles. C'est pourquoi ils sont sécants selon une droite $\mathcal{D}$.

**2.** Les coordonnées d'un point M($x$, y, z) de $\mathcal{D}$ vérifient le système $\begin{cases} x + y + z - 2 = 0 \\ x + 2y - z + 1 = 0 \end{cases}$.

Posons $z = t$. Le système équivaut à $\begin{cases} x + y = 2 - t \\ x + 2y = -1 + t \\ z = t \end{cases}$.

Par soustraction des deux premières équations, on trouve $y = -3 + 2t$ et donc : $x = 2 - t - (-3 + 2t) = 5 - 3t$.

Par conséquent, des équations paramétriques de $\mathcal{D}$ sont $\begin{cases} x = 5 - 3t \\ y = -3 + 2t \\ z = t \end{cases}$.

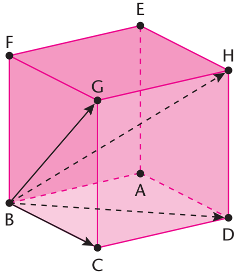
Un vecteur directeur est $\vec{u}\,(-3 ; 2 ; 1)$.

BILAN

# Produit scalaire et orthogonalité

FICHE 10

## QUIZ-Mémorisation active

| Questions | Réponses |
|---|---|
| Dans le cube d'arête 1, comment calculer simplement $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BG}$ et $\overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{BD}$ sachant que $BD=\sqrt{2}$ ?   | Comme G se projette orthogonalement sur (BC) en C : $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BG}=BC^2=1$. Comme H se projette orthogonalement en D sur (BD) : $\overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{BD}=BD^2=\left(\sqrt{2}\right)^2=2$. |
| Dans l'espace, l'équation cartésienne $2x-3y+5=0$ est-elle celle d'un plan ou d'une droite ? | C'est l'équation d'un plan dont un vecteur normal a pour coordonnées $\begin{pmatrix}2\\-3\\0\end{pmatrix}$. |
| Le projeté orthogonal d'un point sur le plan $\mathcal{P}$ d'équation $x+2y-1=0$ est situé sur une droite $\mathcal{D}$. Comment trouver un de ses vecteurs directeurs ? | La droite $\mathcal{D}$ étant orthogonale à $\mathcal{P}$, un vecteur normal à $\mathcal{P}$ est un de ses vecteurs directeurs. On peut choisir $\vec{n}\,(1\,;2\,;0)$ |

# SCHÉMA-BILAN

## Équation cartésienne d'un plan contenant A,B,C non alignés

**Première méthode**

Le plan a pour équation $ax + by + cz + d = 0$.

Les coordonnées de chaque point vérifient l'équation.

Résoudre le système de trois équations aux trois inconnues $a$, $b$, $c$.

On trouve $a$, $b$, $c$ en fonction de $d$ : infinité d'équations cartésiennes.

On peut donner à $d$ la valeur que l'on veut $\neq 0$.

**Deuxième méthode**

Chercher un vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ orthogonal à $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ : $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ et $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$.

Résoudre le système de deux équations aux trois inconnues $a$, $b$, $c$.

On trouve $a$ et $b$ en fonction de $c$. Le plan a pour équation $ax + by + cz + d = 0$.

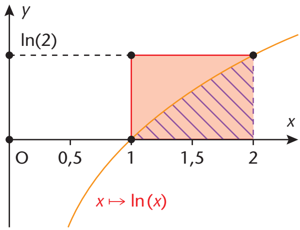
Exprimer que les coordonnées d'un des points vérifient l'équation. On trouve $d$ en fonction de $c$.

On peut donner à $c$ la valeur que l'on veut $\neq 0$

## Exercice commenté pas à pas

# La méthode de Monte-Carlo pour calculer une intégrale

La méthode de Monte-Carlo utilise le hasard pour obtenir une approximation de nombres calculés à partir d'une formule. On se propose ici de calculer $\int_a^b \ln(x)\,\mathrm{d}x$, où $0 < a < b$.




On choisit $a = 1$ et $b = 2$. (On généralise sans peine.)

On « bombarde » alors le rectangle construit ci-dessus de points dont les coordonnées $(x\,,\,y)$ sont aléatoires : $1 \leqslant x \leqslant 2$ et $0 \leqslant y \leqslant \ln(2)$.

Certains sont sous la courbe : on les compte et ils serviront au calcul de l'aire. Les autres ne participent pas au calcul.

Le programme Python tient compte de ces données.

```
1  from math import *
2  from random import *
3  a,b,aire,n=1,2,0,10000
4  for i in range (n):
5          x=a+random()
6          y=log(b)*random()
7          if y<=log(x):
8          aire=aire+1
9  print(aire*log(b)/n)
```

**1.** De combien de points « bombarde-t-on » le rectangle ?

**2.** Quelle est le rôle de la variable *aire* ?

**3.** Quel est le nombre retourné par l'instruction de la ligne n° 9 ?

**4.** L'exécution du programme fournit 0.3889248830121853. Évaluer la précision de l'approximation sachant qu'une primitive de $\ln(x)$ est $x \overset{F}{\longmapsto} x\ln(x) - x$.

**Interpréter la boucle débutant à la ligne n° 4.**

1. La boucle *for* qui commence à la ligne n° 4 ordonne d'exécuter 10 000 fois les instructions des lignes n° 5 à 8.
Le rectangle rouge sera donc criblé de 10 000 points (certains seulement seront retenus).

**Examiner l'initialisation de la variable *aire* ainsi que la façon dont son contenu change.**

2. Au départ, la variable *aire* contient 0 (ligne n° 3). Son contenu augmente de 1 à chaque fois que le point de coordonnées $(x\,,\,y)$ réalise la condition $y \leq \ln(x)$ (ligne n° 7). À la fin du « bombardement », *aire* contient tous les points qui font partie du domaine hachuré.

**Les 10 000 points obtenus au hasard sont censés représenter l'aire du rectangle rouge.**

3. Ici, une unité d'aire (u.a.) est un point de cordonnées $(x\,,\,y)$. Donc $10\ 000 u.a. = \ln(2) \Rightarrow 1\ u.a. = \dfrac{\ln(2)}{10\ 000}$. Donc aire $\times \dfrac{\ln(2)}{10\ 000}$ donne

une approximation de l'aire du domaine hachuré.

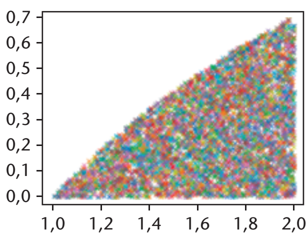
**Calculer F(2) – F(1).**

4. On sait que $\displaystyle\int_1^2 \ln(x)\,dx = F(2) - F(1) = 2\ln(2) - 2 - (1\ln(1) - 1)$

$$\Rightarrow \int_1^2 \ln(x)\,dx = 2\ln(2) - 1 \Rightarrow \int_1^2 \ln(x)\,dx \approx 0.3862943611199$$

(à la calculatrice). La méthode semble donc fournir une approximation au centième.

La figure ci-contre montre le résultat de 10 000 bombardements. La forme obtenue est une approximation du domaine dont on calcule l'aire.



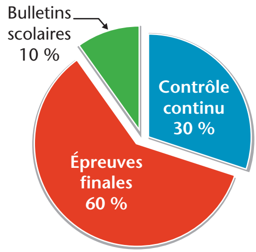
# Préparation du grand oral

FICHE 60

Le grand oral fait partie des épreuves finales du baccalauréat qui comptent pour 60 % de la note.

Le grand oral a lieu au mois de juin en même temps que l'épreuve de philosophie.

Les épreuves écrites de spécialité comptent pour 16 % de la note finale, le grand oral compte pour 10 %. Cette épreuve n'est donc pas à négliger !




## I Présentation et choix du sujet (5 min)

- Lors de la présentation du sujet, le candidat n'a pas le droit à ses notes ni à un support.
- Il remet un recto simple au jury de sa présentation.
- Le jury est composé de deux enseignants de disciplines différentes.
- Cette partie est plutôt personnelle, il faut expliquer au jury le choix du sujet, ses goûts et ses intérêts pour le thème choisi. Il est donc conseillé de choisir un sujet par lequel on est passionné.
- Le sujet doit être **en lien avec le programme de Terminale** d'une ou plusieurs disciplines de spécialité.
- La présentation peut être en corrélation avec un projet d'orientation ou d'études dans l'enseignement supérieur.
- Il est conseillé de **donner un titre** à sa présentation, plutôt sous la **forme d'une question**.

## II Dialogue avec le jury (10 min)

- Cette partie fait appel aux connaissances de l'élève. L'enseignant(e) en lien avec la discipline sera chargé(e) d'**interroger sur le contenu** du sujet.
- Le second membre du jury non spécialiste du sujet a un **rôle d'ouverture**, les questions sont moins disciplinaires.
- Il faut penser à **ordonner ses idées**, un **plan détaillé** de la présentation doit être préparé.

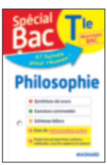
FICHES
# Spécial Bac
# Tle
La collection conçue par les correcteurs du Bac

121 fiches détachables pour réussir !

# Compil
## Maths - Physique-Chimie

- Des **synthèses de cours** pour retenir l'essentiel
- Des **mémos visuels** et des **schémas-bilans**
- Des **exercices commentés** pas à pas
- Des **quiz de mémorisation active**
- La **méthode** pour réussir le **Grand Oral**

**Dans la même collection :**


**8,90 €**

978-2-210-76535-1
9 782210 765351

Compléments gratuits sur :
www.specialbac.magnard.fr